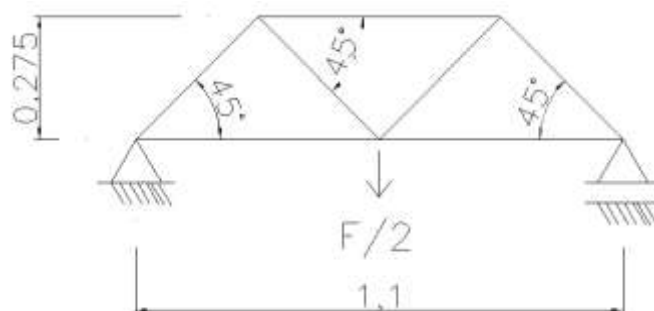




**IFSP VOTUPORANGA – 2026- 2º SEMESTRE
CONCURSO PONTE DE MACARRÃO - EXEMPLO DE CÁLCULO**

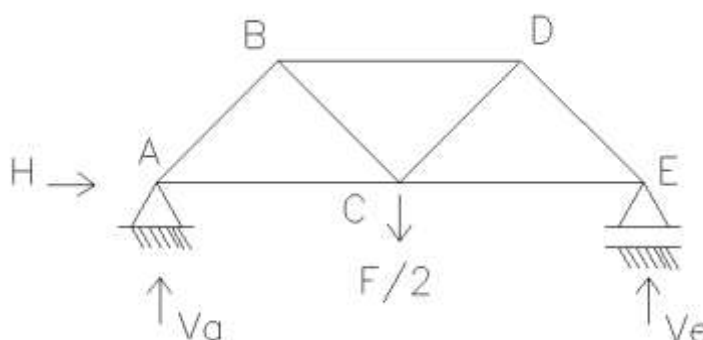
A treliça referente à ponte de macarrão pode ser calculada seguindo o exemplo modelo a seguir. Seja a configuração da ponte:



Obs:

- 1) Medidas em metros;
- 2) F é a força que a treliça poderá suportar, na teoria (escolha do grupo). Ela está dividida por 2 porque é dividida nas duas treliças paralelas;

- *Numeração dos nós e definição das reações de apoio*



Em que:

A, B, C, D e E são os nós da treliça

H é a reação horizontal no apoio nó A, a ser calculada

Va é a reação vertical no apoio nó A, a ser calculada

Ve é a reação vertical no apoio nó E, a ser calculada

- *Determinação do grau de estaticidade g*

$$g = r + b - 2n$$

Em que:

r = número de reações

b = número de barras

n = número de nós

Portanto, $g = 3 + 7 - 2 \cdot 5 = 0 \rightarrow$ ISOSTÁTICA $\rightarrow$ Cálculo simples (método dos nós).



- Determinação das reações de apoio

Vamos supor que queremos que a ponte suporte 40 kgf. Conforme explicado, 20 kgf irão para cada treliça. Sendo assim, pelo equilíbrio:

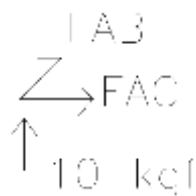
$$\Sigma F_H = 0 \rightarrow H = 0$$

$$\Sigma M = 0 \text{ (considerando o ponto A e sentido horário positivo)} \\ +20 \cdot 0,55 - 1,1 \cdot V_e = 0 \rightarrow V_e = 10 \text{ kgf}$$

$$\Sigma F_V = 0 \text{ (considerando para cima positivo)} \\ V_a + V_e - 20 = 0 \rightarrow V_a = 10 \text{ kgf}$$

- Determinação das forças nas barras (método dos nós):

Nó A:



$$\Sigma F_V = 0 \rightarrow 10 + F_{AB} \cdot \sin 45^\circ = 0 \rightarrow F_{AB} = -14,14 \text{ kgf}$$

$$\Sigma F_H = 0 \rightarrow F_{AC} + F_{AB} \cdot \cos 45^\circ = 0 \rightarrow F_{AC} = 10,00 \text{ kgf}$$

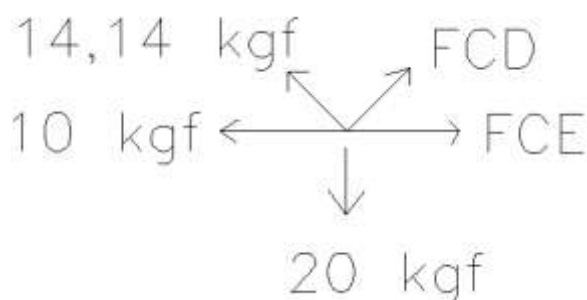
Nó B:



$$\Sigma F_V = 0 \rightarrow 14,14 \cdot \sin 45^\circ - F_{BC} \cdot \sin 45^\circ = 0 \rightarrow F_{BC} = 14,14 \text{ kgf}$$

$$\Sigma F_H = 0 \rightarrow F_{BD} + 14,14 \cdot \cos 45^\circ + 14,14 \cdot \cos 45^\circ = 0 \rightarrow F_{BD} = -20,00 \text{ kgf}$$

Nó C:

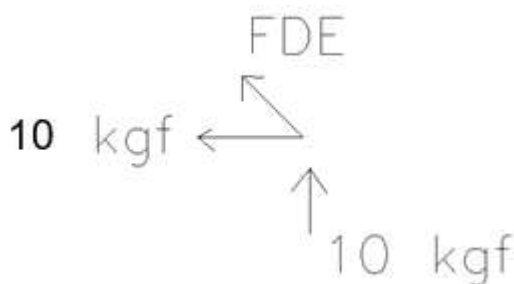


$$\Sigma F_V = 0 \rightarrow -20 + 14,14 \cdot \sin 45^\circ + F_{CD} \cdot \sin 45^\circ = 0 \rightarrow F_{CD} = 14,14 \text{ kgf}$$

$$\Sigma F_H = 0 \rightarrow -10 + F_{CE} - 14,14 \cdot \cos 45^\circ + 14,14 \cdot \cos 45^\circ = 0 \rightarrow F_{CE} = 10,00 \text{ kgf}$$



Nó E:



$$\Sigma F_v = 0 \rightarrow 10 + FDE \cdot \cos 45^\circ = 0 \rightarrow FDE = -14,14 \text{ kgf}$$

- *Determinação do número de fios em cada barra:*

Conforme o ANEXO I do edital:

Dimensionamento do número de fios na tração:

$$\text{Numero de Fios} = \frac{N(\text{kgf})}{4,267(\text{kgf})}$$

Dimensionamento do número de fios na compressão:

$$\text{Numero de Fios} = \sqrt{\frac{N^2}{279056r^4}} \quad \text{para N em kgf, l e r em cm}$$

Obs:

l = comprimento da barra;

r = raio de 1 fio de macarrão;

Barra AB e DE (14,14 kgf de compressão):

$$fios = \sqrt{\frac{N \cdot l^2}{279056 \cdot r^4}} = \sqrt{\frac{14,14 \cdot 38,9^2}{279056 \cdot 0,09^4}} = 34,18 \rightarrow 35 \text{ fios}$$

Obs:

1) foi desenhada a treliça em escala e foi medido o comprimento da barra AB (=38,9 cm). Mas, poderia ser calculado como $0,275/\sin 45^\circ = 0,389 \text{ m} = 38,9 \text{ cm}$. Neste caso, como o comprimento médio de um fio é 25,4 cm, deve haver 1 emenda (durepoxi, por exemplo).

2) *r* é o raio de 1 fio de macarrão (0,9 mm = 0,09 cm)

Barra AC e CE (10,00 kgf de tração):

$$fios = \frac{N}{4,267} = \frac{10}{4,267} = 2,34 \rightarrow 3 \text{ fios}$$

Barra BC e CD (14,14 kgf de tração):

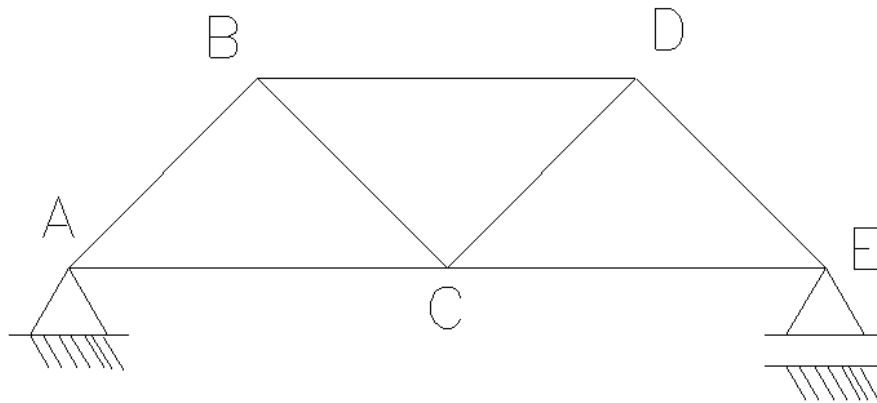


$$fios = \frac{N}{4,267} = \frac{14,14}{4,267} = 3,31 \rightarrow 4 \text{ fios}$$

Barra BD (20,00 kgf de compressão):

$$fios = \sqrt{\frac{N * l^2}{279056 * r^4}} = \sqrt{\frac{20,00 * 55^2}{279056 * 0,09^4}} = 57,48 \rightarrow 58 \text{ fios}$$

Teríamos a seguinte configuração:



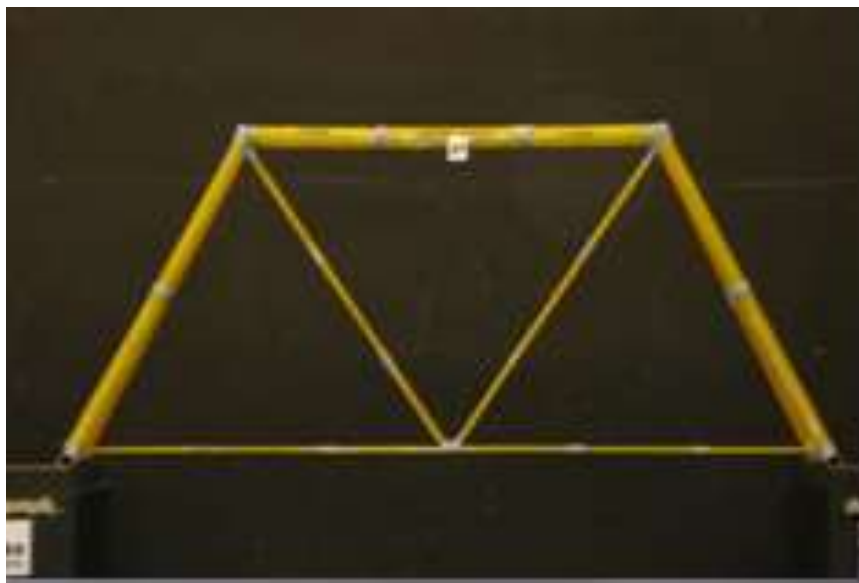
BARRAS AB e DE = 35 fios

BARRAS AC e CE = 3 fios

BARRAS BC e CD = 4 fios

BARRA BD = 58 fios

Uma foto seria:



O grupo deve determinar a força máxima (F) que a treliça deve suportar. No exemplo deste memorial, a força utilizada foi de 40 kgf. Na prática, haverá muitas aproximações em relação à teoria:

- emenda de fios caso a barra seja maior que 25,4 cm (não prevista nos cálculos);



- impossibilidade de criar nós articulados (assim considerados nos cálculos), visto que a cola ou durepoxi acabam enrijecendo o nó;
- a resistência do fio de macarrão pode ser diferente que a teórica;
- as dimensões de montagem podem divergir das teóricas; e
- outros problemas executivos.

Em vista disso, o grupo poderá adotar um coeficiente de segurança, que dividirá a força F , imaginando que a ponte resistirá menos do que o calculado. Em função das diferenças entre a teoria e a prática, bem como pelas dificuldades encontradas (e analisadas) pelo grupo durante a execução da ponte, sugere-se a utilização de um coeficiente de segurança, que deverá estar, obrigatoriamente, entre 1 e 5.

No caso do exemplo apresentado, sendo $F = 40$ kgf a carga teórica e adotando-se coeficiente de segurança igual a 4, a força teórica de ruptura será de $40/4 = 10$ kgf. Esta força é que deverá ser atingida no concurso.

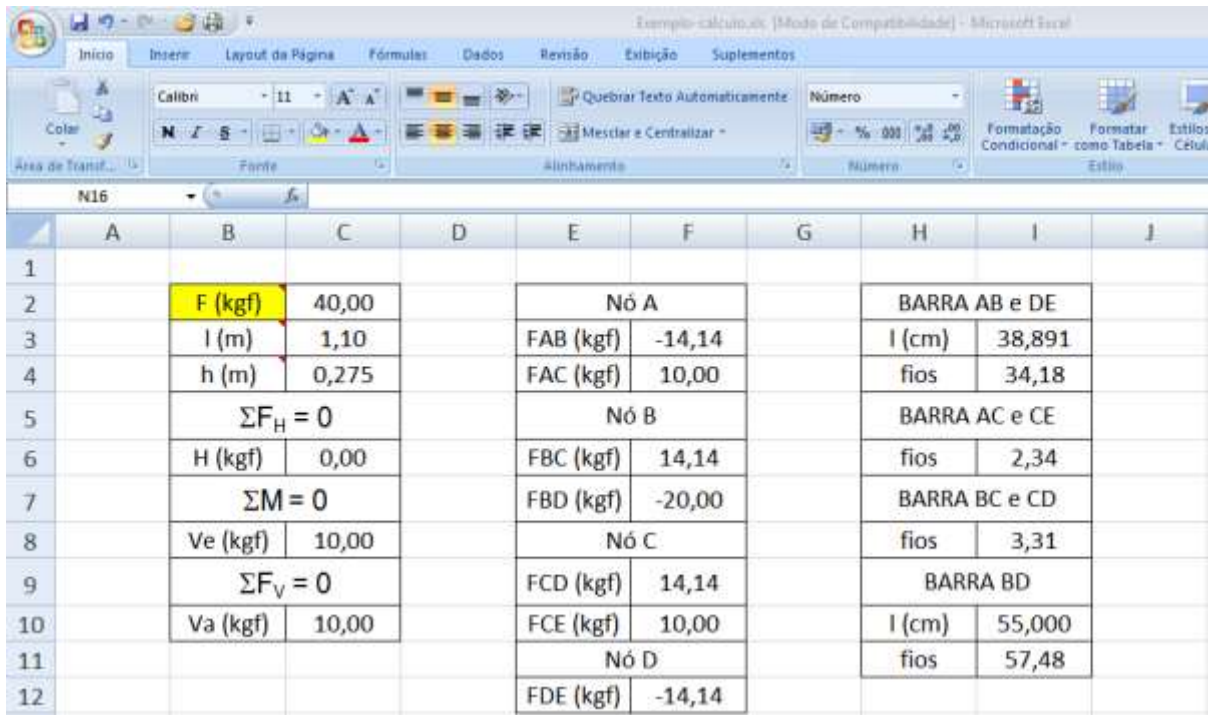
Uma observação que se faz é que a treliça, sendo isostática, leva a que seus esforços não dependem das diferentes rigidezes calculadas para cada barra. Se a treliça fosse hiperestática, deveria ter seus esforços recalculados, colocando as rigidezes dos fios de macarrão calculados. E seria um cálculo iterativo, já que os esforços mudariam.



ANEXO

CÁLCULO PELO EXCEL:

Poderia ser montada uma planilha, no caso do exemplo para a configuração apresentada, onde se poderia ir variando a carga, como abaixo:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		F (kgf)	40,00		Nó A			BARRA AB e DE		
3		l (m)	1,10		FAB (kgf)	-14,14		l (cm)	38,891	
4		h (m)	0,275		FAC (kgf)	10,00		fios	34,18	
5		$\Sigma F_H = 0$			Nó B			BARRA AC e CE		
6		H (kgf)	0,00		FBC (kgf)	14,14		fios	2,34	
7		$\Sigma M = 0$			FBD (kgf)	-20,00		BARRA BC e CD		
8		Ve (kgf)	10,00		Nó C			fios	3,31	
9		$\Sigma F_V = 0$			FCD (kgf)	14,14		BARRA BD		
10		Va (kgf)	10,00		FCE (kgf)	10,00		l (cm)	55,000	
11					Nó D			fios	57,48	
12					FDE (kgf)	-14,14				

CÁLCULO PELO PROGRAMA FTOOL:

A análise estrutural da treliça pode ser feita utilizando o software FTOOL, conforme os passos abaixo:

1- Visão Geral

O FTOOL é um programa que se destina ao ensino do comportamento estrutural de estruturas planas, ocupando um espaço pouco explorado por programas educativos, que se preocupam mais com o ensino das técnicas numéricas de análise, ou por versões educacionais de programas comerciais, mais preocupados em introduzir os estudantes às suas interfaces. Seu objetivo básico é motivar o aluno para aprender o comportamento estrutural. A experiência de ensino nesta área tem mostrado que o processo de aprendizado dos métodos de análise estrutural não é eficiente sem o conhecimento sobre o comportamento estrutural. É muito difícil motivar o aluno padrão a aprender a teoria dos métodos de análise sem entender como o modelo sendo analisado se comporta na prática. O processo de aprendizado dos métodos de análise melhoraria bastante se o estudante pudesse aprender sobre o comportamento estrutural simultaneamente.

Do seu objetivo básico decorre a necessidade de o FTOOL ser uma ferramenta simples, unindo em uma única interface recursos para uma eficiente



criação e manipulação do modelo (pré-processamento) aliados a uma análise da estrutura rápida e transparente e a uma visualização de resultados rápida e efetiva (pós-processamento).

2- Download

- Ftool Versão 3.00 para Windows 32 bits (também funciona em Windows 64 bits): http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lfm/ftool300win32.zip.

3- Cálculo de treliças utilizando o software

A tela de apresentação do programa:

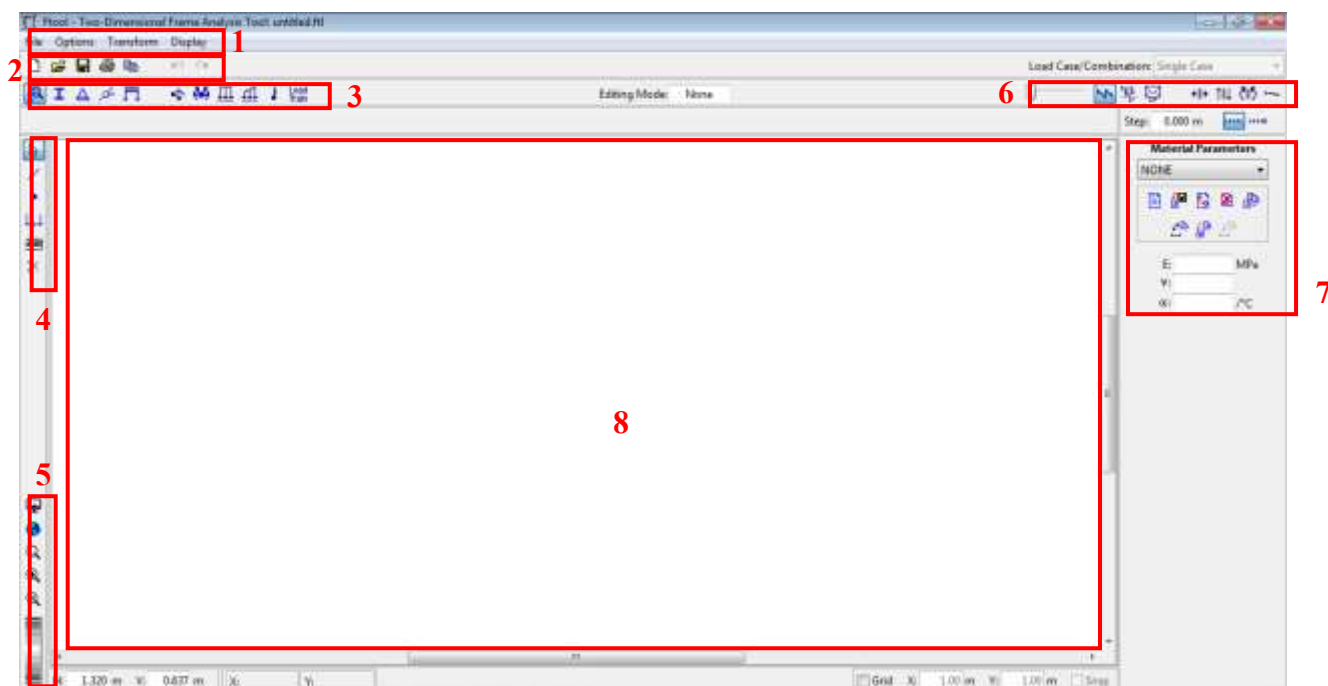


Figura 01- Ambiente gráfico do *software*

Conforme apresentado pela Figura 01, temos:

- 1- Menu suspenso;
- 2- Comandos de manipulação de arquivos (novo, abrir, salvar, imprimir, desfazer e refazer);
- 3- Menu de edição: ferramentas de edição de materiais, seção transversal, condições de apoio, vinculações internas e cargas;
- 4- Ferramentas de edição/criação da estrutura: selecionar, criar linha, cria nó, inserir cota, inserir via teclado e apagar;
- 5- Ferramentas de zoom;
- 6- Visualização dos esforços e deslocamentos;
- 7- Menu para definição das propriedades (vinculado às opções do item 3)
- 8- Área de trabalho;
- 9- Mostrar o grid, definição do espaçamento do grid e acionamento do comando *snap* (captura).



3.1- Comandos principais

a) Menu de edição

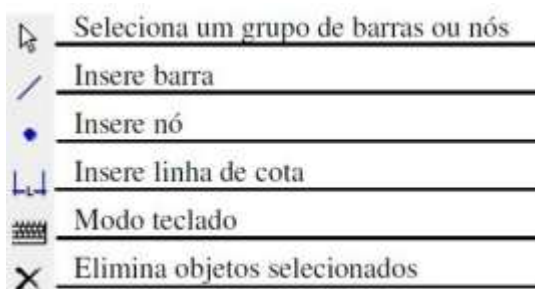


Figura 02- Botões do menu de edição

A inserção de barras, nós ou linhas de cota no FTOOL, possui um comportamento que automaticamente atrai o cursor do mouse para uma entidade existente (um nó ou uma barra). O processo de criação pode ser auxiliado pelo uso do Snap (atração) para uma grade (Grid) de pontos.

b) Controle de coordenadas

Neste menu se encontram as informações sobre a superfície de visualização. Os campos H e V armazenam o tamanho da janela de visualização e permitem a alteração destes valores. As mensagens X e Y mostram a posição do cursor na tela. Disponibiliza-se também a opção do usuário definir uma grade (Grid) de pontos na tela e outra para ativar a atração (Snap) do cursor para os pontos do Grid.

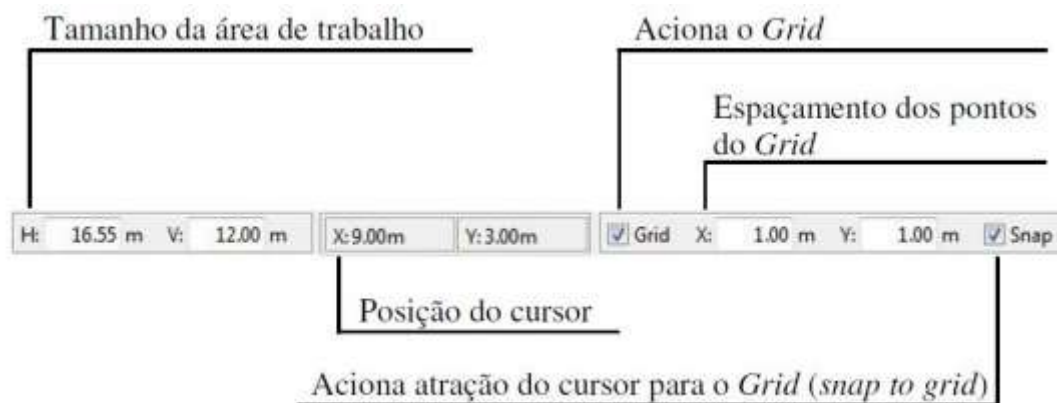


Figura 03- Controle de coordenadas

c) Menu de Controle dos Atributos dos Nós e Barras

Os botões deste menu permitem visualizar os diversos submenus responsáveis pela criação e atribuição de propriedades às entidades do modelo. Estes submenus aparecem na área lateral da tela do programa (Item 7 da Figura 2).

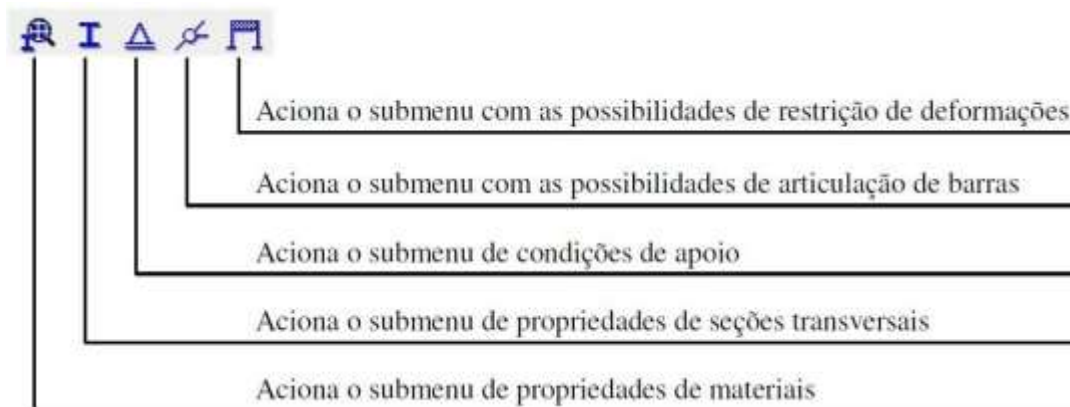


Figura 04- Controle de atributos

d) Menu de Controle das cargas

Os botões deste menu permitem acionar os diversos submenus responsáveis pela criação e atribuição de carregamentos às entidades do modelo. Estes submenus aparecem na área lateral da tela do programa. Os tipos de cargas disponíveis são cargas concentradas aplicadas a nós, momentos aplicados em extremidades de barras, cargas uniformemente ou linearmente distribuídas aplicadas a barras, variações de temperatura aplicadas a barras e cargas móveis (trens-tipo).

A Figura 05 ilustra os controles:

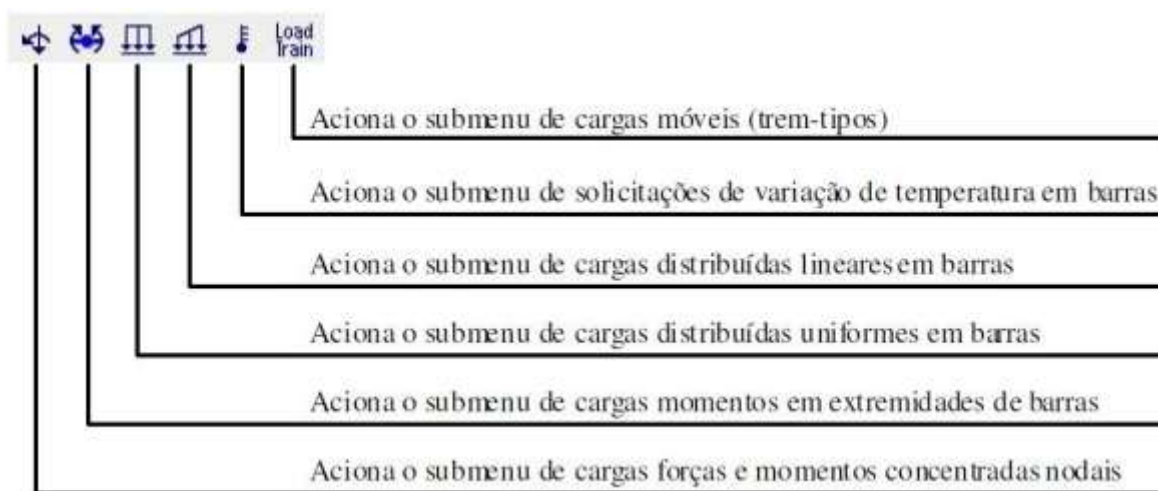


Figura 05- Menu de controle de cargas

3.2- Criando nossa treliça

Conforme já apresentado, nossa treliça terá as seguintes dimensões:

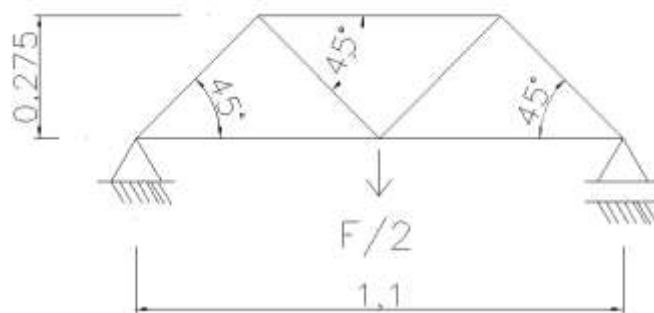


Figura 06- Modelo da treliça

Para iniciar um desenho, devemos habilitar o grid e o snap, para facilitar a criação de barras e nós e evitar a utilização de inserção destes elementos via coordenadas cartesianas (teclado).

Desta maneira, como o vão principal possui 1,10m e teremos quatro divisões iguais, devemos configurar os parâmetros do grid para as coordenadas “x” e “y”:

- Espaçamento do grid no eixo “x”: 27,5cm
- Espaçamento do grid no eixo “y”: 27,5cm

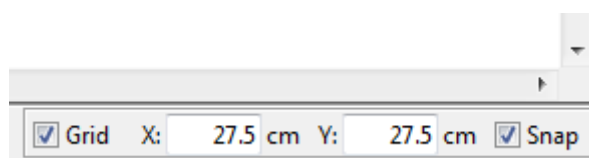


Figura 07- Configuração do grid

Para criação das barras, e automaticamente dos nós, utilizaremos o botão  do menu de edição.

Com o grid configurado e o snap habilitado, ao acionarmos o botão de criação de barras, quando chegamos próximos aos pontos do grid, a barra é instantaneamente capturada em função do snap. Sendo assim, clicaremos no ponto do grid com coordenadas (0,0 ; 0,0) e seguiremos até a coordenadas (1,1 ; 0,0). Assim teremos o banzo inferior da treliça desenhado.

Para criação das outras barras, seguiremos a mesma ideia. Os nós são criados automaticamente nos encontros das barras.

Desta forma, teremos a treliça desenhada conforme a Figura 08.

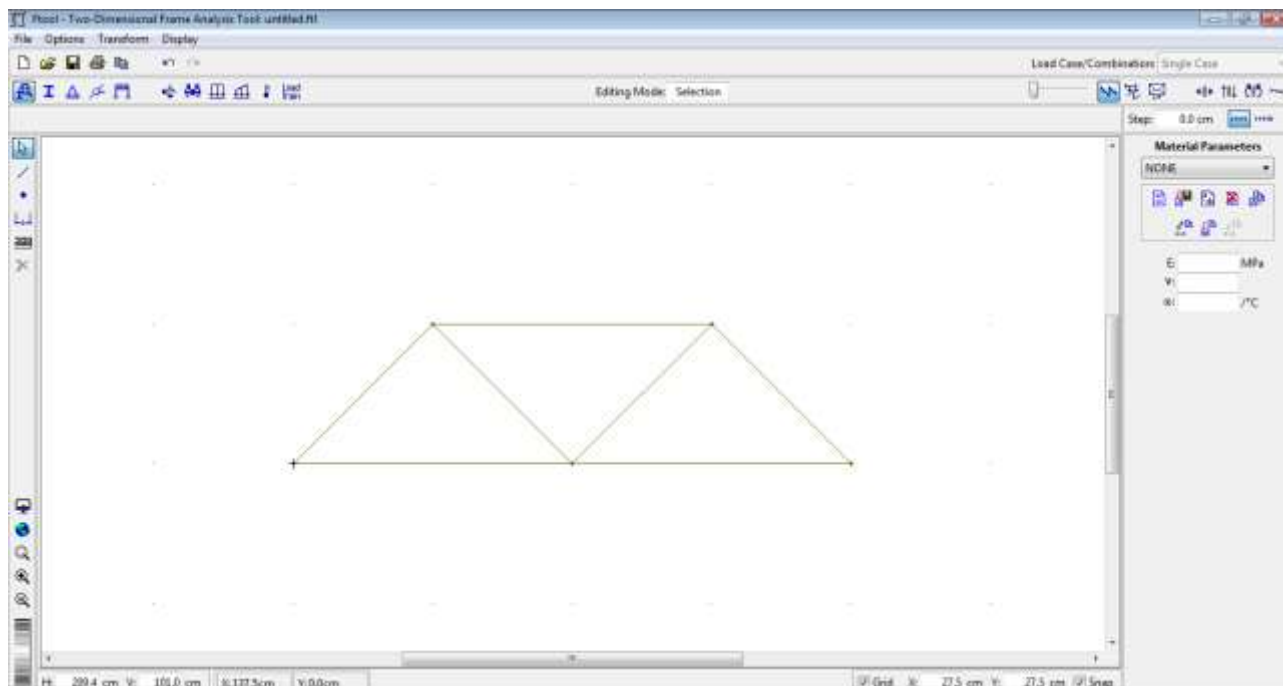


Figura 08- Treliza desenhada

Depois de terminado o desenho, devemos atribuir as propriedades dos materiais, suas seções transversais, condições de apoio, vinculações internas, cargas, etc, utilizando as ferramentas do Item 3 da Figura 02.

3.2.1- Definição das propriedades do material

Como em toda análise estrutural, precisamos conhecer as propriedades dos materiais e no caso em questão, não é diferente. Assim, devemos atribuir as características dos nossos materiais. Para isso, acessaremos no menu de controle (Figura 04) o primeiro botão “Aciona o submenu de propriedades dos materiais”. Ao clicarmos neste botão (ele vem de default previamente acionado), o Item 7 da Figura 02 abrirá a caixa de escolha do tipo de material, conforme a Figura 09:

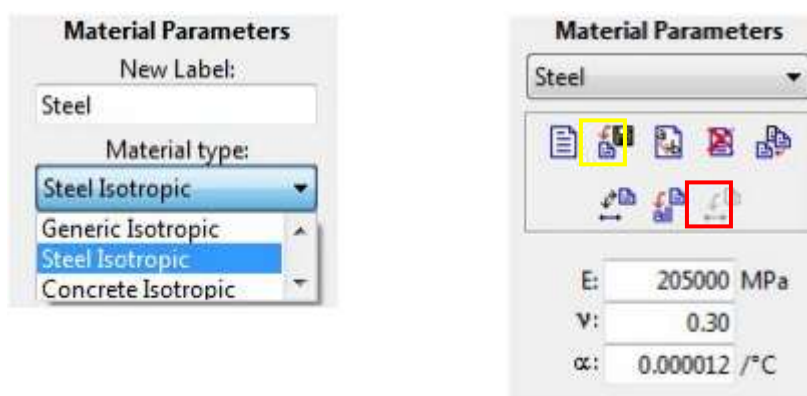


Figura 09- Definição das propriedades dos materiais

O programa já possui previamente configurado as propriedades do concreto e do aço. A opção “Generic Isotropic” permite que o usuário entre com os valores do Módulo de Elasticidade, Coeficiente de Poisson e Coeficiente de Dilatação Térmica do material que será utilizado. Podemos escolher qualquer uma das três opções



para nossa análise, pois estamos interessados tão somente na obtenção dos esforços solicitantes das barras, por enquanto não nos interessa avaliar as deformações das barras. Se fosse este o caso deveríamos atribuir os valores corretos dos materiais que utilizaríamos para o cálculo.

Para definição do material, devemos clicar em “create new material parameter” (botão destacado em amarelo na Figura 09), assim, atribuiremos um nome ao nosso material e suas propriedades. Após definidas as propriedades, clicar no botão “aplicar a todos” (botão em destacado em vermelho na Figura 09).

3.2.2- Definição das propriedades da seção transversal das barras

Após definidas as propriedades dos materiais, devemos atribuir às propriedades da seção transversal: dimensões, inércia, área, centro de gravidade, etc. Para isso, devemos clicar no segundo botão do menu de controle “Aciona o submenu de propriedades de seções transversais”. No Item 7 da Figura 02, abrirá o submenu de propriedades da seção transversal, conforme Figura 10.

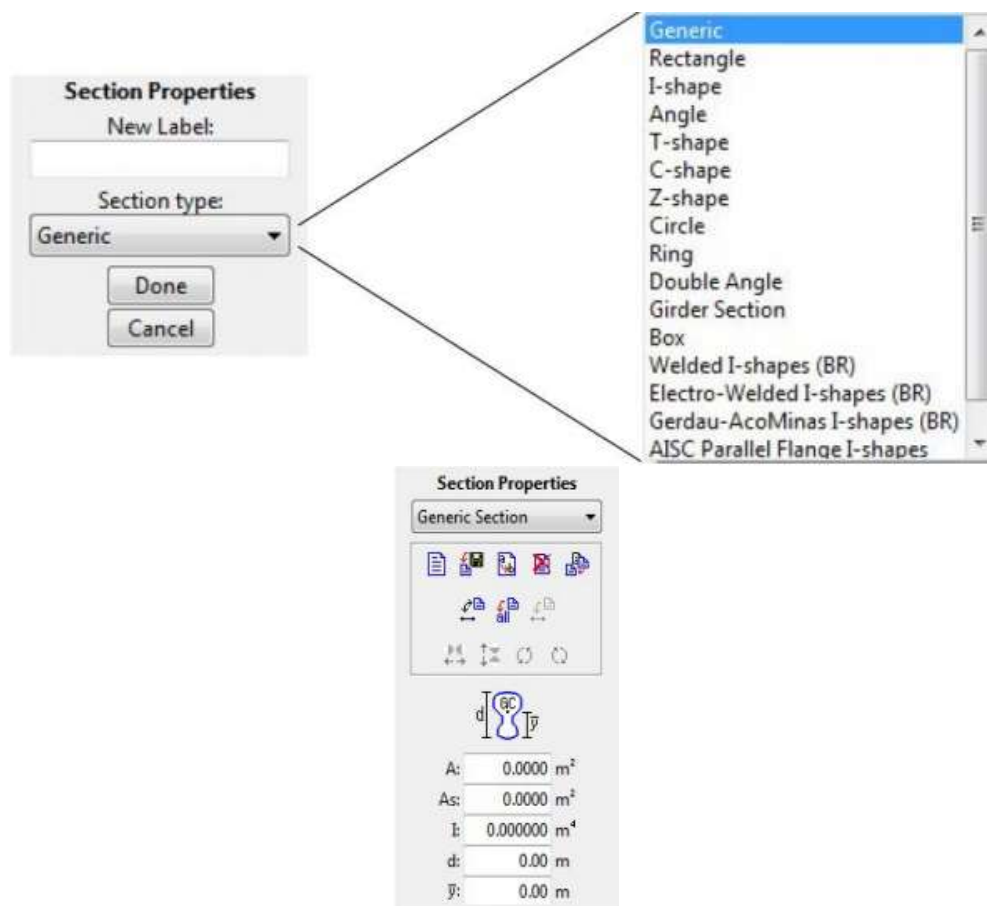


Figura 10- Propriedades da seção transversal

Da mesma maneira que fizemos no item anterior, devemos fazer agora, ou seja, clicar no botão “Create new section properties”, dentro desta opção, podemos escolher o tipo da seção transversal (o programa já possui várias seções predefinidas e também uma seção genérica, onde todos dados serão inseridos manualmente pelo usuário). Novamente, como estamos interessados apenas em obter os esforços nas barras, a seção transversal não irá interferir na nossa análise,



portanto, podemos escolher qualquer uma delas. Para “facilitar nossa vida”, vamos escolher a propriedade genérica, e atribuir o valor “1” para todos os parâmetros solicitados e clicar em “aplicar em todos”.

3.2.3- Definição da vinculação externa da nossa treliça

Clicando no terceiro botão do menu de controle “Aciona o submenu de condições de apoio”, no Item 7 da Figura 02 irá aparecer as condições de apoio, conforme apresentado pela Figura 11:

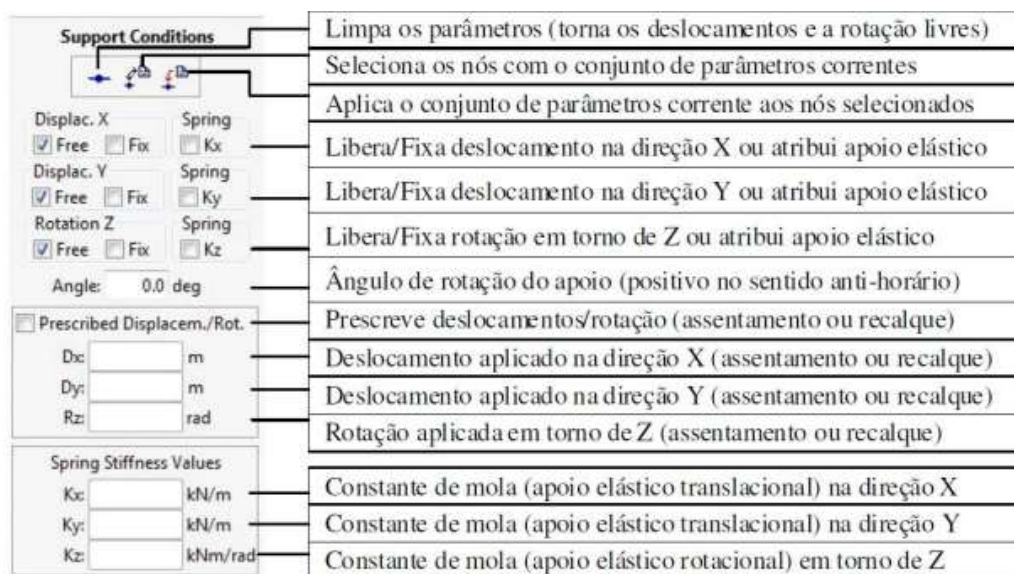


Figura 11- Condições de apoio

Para atribuir as condições de apoio, devemos selecionar primeiramente os nós coincidentes com o apoio da treliça. No nosso caso, teremos uma treliça bi apoiada, assim, atribuiremos um apoio fixo em uma das extremidades e um apoio móvel na outra extremidade.

Para realizar esta operação, selecionaremos o primeiro apoio e vamos restringir os deslocamentos em “x” e “y” e clicar no botão “aplicar”, indicado na Figura 11. Feito isso, selecionaremos o segundo apoio e vamos restringir apenas o deslocamento no “y”, deixando livre o deslocamento horizontal (eixo “x”) e o giro. Depois de terminado, nossa treliça ficará com a seguinte forma:

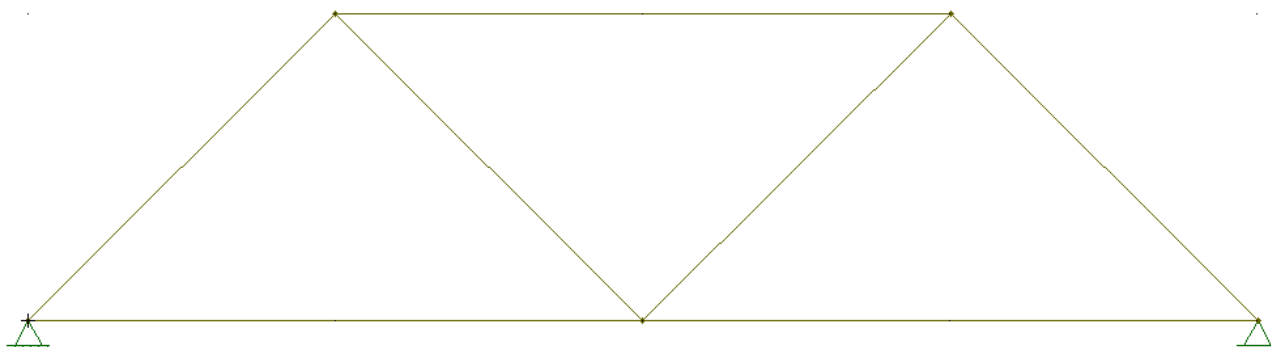




Figura 12- Forma da treliça depois de atribuídas as condições de apoio

3.2.4- Definição da vinculação interna da nossa treliça

Como se sabe, os nós das treliças são admitidos como rótulas, ou seja, só permitem a transmissão de esforços axiais (tração e compressão simples), para que isso ocorra, demos “rotular” todos os nós para que não surjam esforços de flexão nas barras. Assim, devemos clicar no quarto botão do menu de controle, e no Item 7 da Figura 02 aparecerá as condições de vinculação interna dos nós. Se calcularmos a treliça sem rotular as barras, podem surgir esforços de flexão, não garantindo o comportamento de treliça para o nosso modelo.

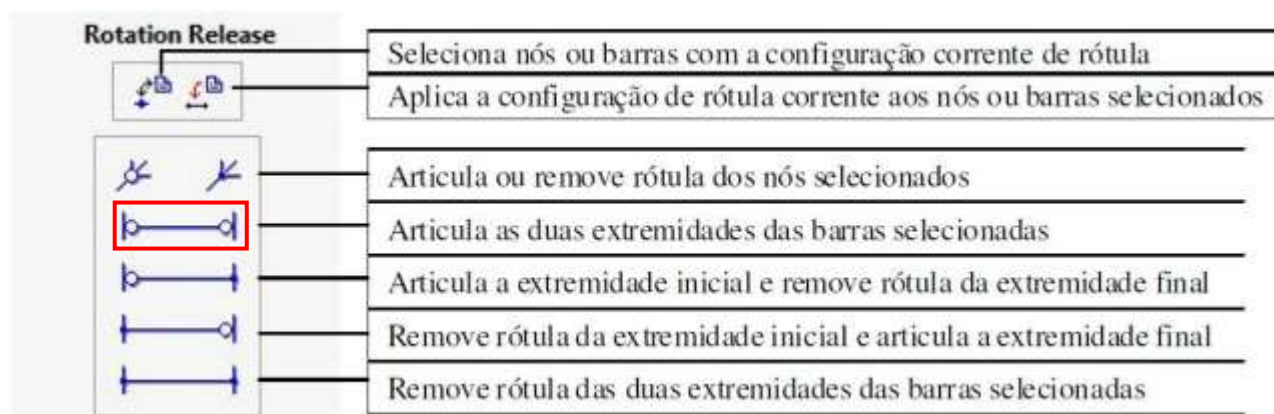


Figura 13- Vinculações internas dos nós

Para atribuímos as rótulas nos nós, basta selecionar a treliça inteira e clicar no botão em destaque na Figura 13 e depois clicar em aplicar. Feito isso, a aparência da nossa treliça ficará de acordo com o apresentado pela Figura 14:

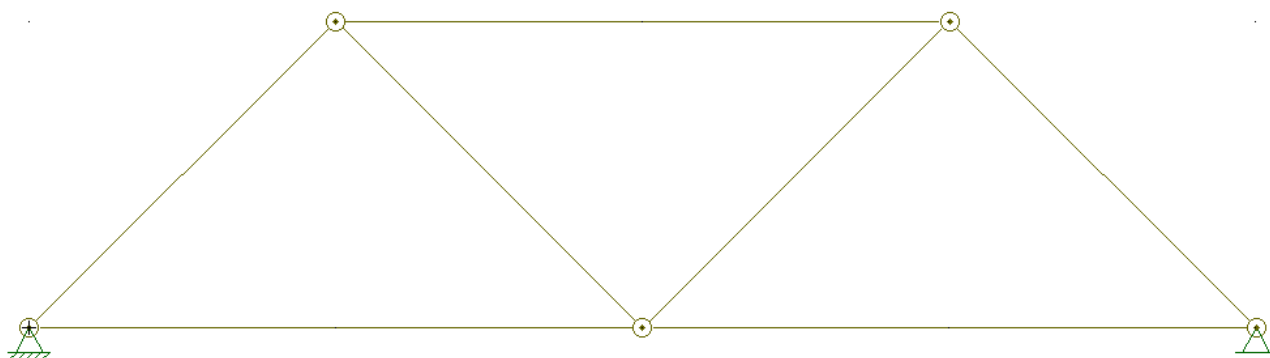


Figura 14- Treliça com todos os nós rotulados

3.2.5- Definição das cargas nodais

Para atribuímos o valor das cargas nos nós da treliça, basta clicarmos no primeiro botão do menu de controle de cargas “Aciona o submenu de cargas forças e momentos concentrados nos nós”, desta forma, no Item 7 da Figura 02 aparecerá as opções de carregamentos concentrados nos nós. Vale ressaltar as convenções de sinais adotadas pelo programa, para que o carregamento seja aplicado corretamente:

$F_x (\rightarrow)$ Positivo



$F_y (\uparrow)$	Positivo
$F_x (\leftarrow)$	Negativo
$F_y (\downarrow)$	Negativo

Como queremos um carregamento vertical para baixo, devemos escolher a opção “ F_y ” e atribuir o valor da intensidade da força acompanhada do sinal de negativo.

Assim, devemos criar uma nova, clicando no botão “Create new nodal force”, atribuímos o nome e a intensidade desta força. Como nossa carga total é de 40 kgf e será dividida em duas treliças, utilizaremos uma carga, no nó central, com valor de 20 kgf, conforme ilustra a Figura 15:

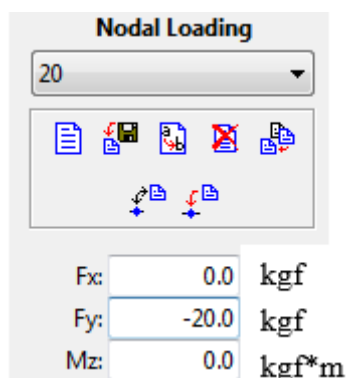


Figura 15- Carregamento nodal

Após criado o carregamento, selecionamos o nó desejado e clicamos em “aplicar”. Desta forma, nossa treliça ficará com a seguinte configuração:

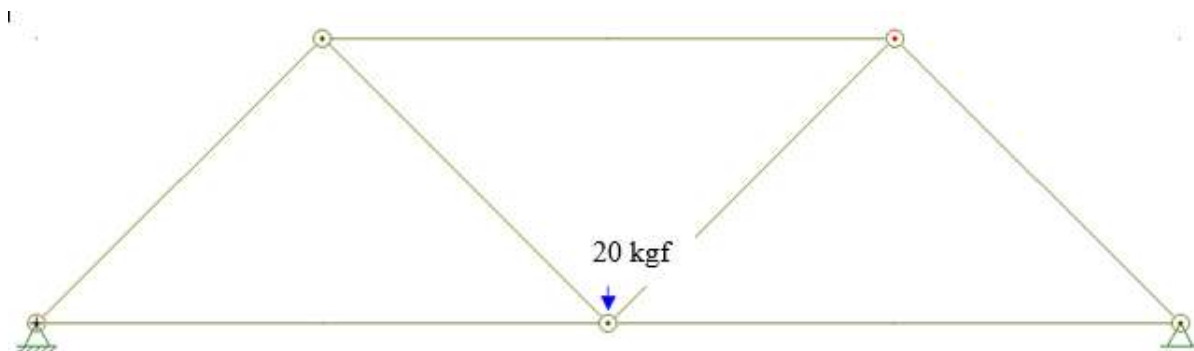


Figura 16- Treliza pronta para cálculo dos esforços

3.2.6- Cálculo dos esforços

Antes de realizarmos o cálculo dos esforços, devemos salvar nosso projeto, clicando no botão (salvar).

Depois de salvo, basta clicar no botão “axial force” do menu de visualização de esforços (Item 6 da Figura 02) que os esforços nas barras serão calculados. No nosso exemplo, os esforços finais são apresentados pela Figura 17:

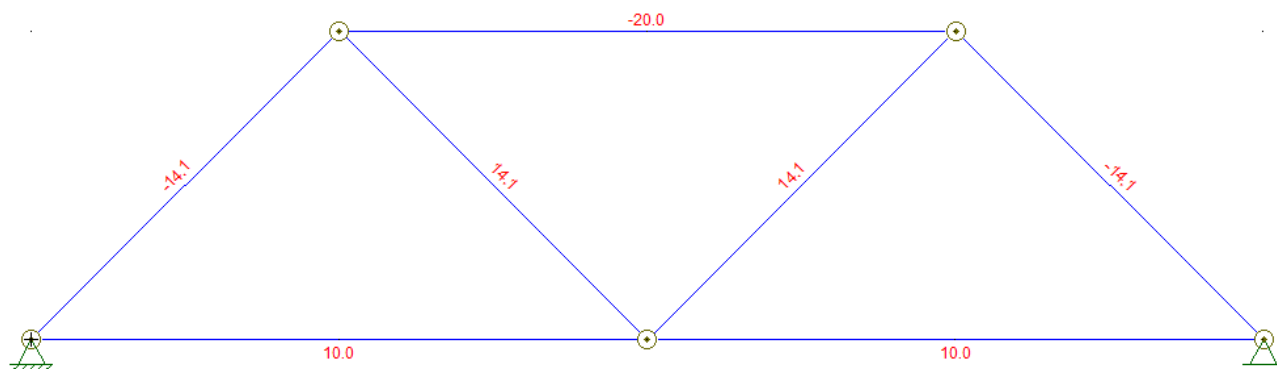


Figura 17- Esforços nas barras da treliça (kgf)

Lembrando que, por convenção de sinais, os valores **positivos** são esforços de tração e os valores **negativos** são esforços de compressão.

De posse destes valores, basta utilizar as equações apresentadas no Anexo I do Edital do Concurso da Ponte de Macarrão que será possível determinar o número de fios para suportar estes esforços.

4- Outras configurações importantes

No menu suspenso, temos a possibilidade de alterar algumas configurações do programa e, dentre estas configurações, podemos destacar uma de maior importância:

Utilizando o menu “Options” podemos configurar as unidades e formato de saída dos esforços, comprimentos, etc, conforme ilustram as Figuras 18 e 19:

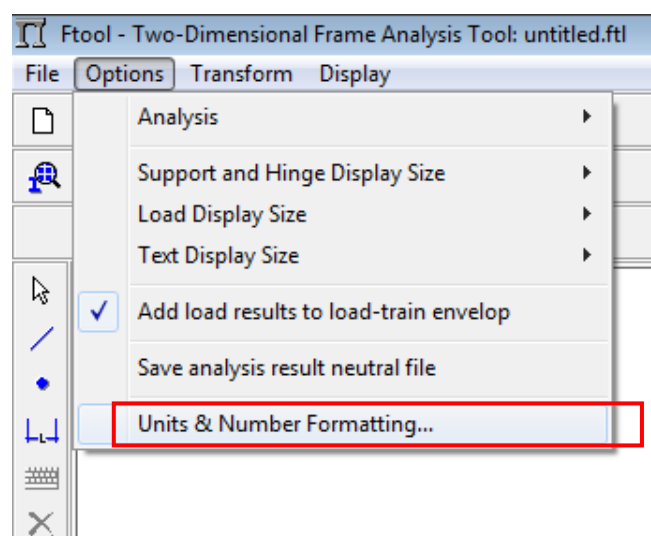


Figura 18- Formatação de unidades e números



Ftool - Units & Number Formatting

Length:	centimeter [cm]	Format:	x.x
Displacement:	millimeter [mm]	Format:	x.xxx e±xx
Rotation:	radian [rad]	Format:	x.xxx e±xx
Section Sizes:	centimeter [cm]	Format:	x.x
Section Area:	[mm ²]	Format:	x.xxxx e±xx
Section Inertia:	[mm ⁴]	Format:	x.xxxx e±xx
Force:	kilo-Newton [kN]	Format:	x.x
Moment:	[kNm]	Format:	x.x
Distrib. Load:	[kN/m]	Format:	x.xx
Temperature:	centigrade [°C]	Format:	x
Elastic Param.:	mega-Pascal [MPa (N/mm ²)]	Format:	x
Specific Weight:	[kN/m ³]	Format:	x.x
Thermal Expan.:	[1/°C]	Format:	x.xxxxxx
Translat. Spring:	[kN/m]	Format:	x.xxx e±xx
Rotation Spring:	[kNm/rad]	Format:	x.xxx e±xx
Force Infl. Line:	[]	Format:	x.xxxx
Moment Infl. Line:	centimeter [cm]	Format:	x.xxxx

Figura 19- Configuração de unidades e formatos de números